ШИФР УЧАСТНИКА	1	0	5		

АНКЕТА
участника регионального этапа Всероссийской олимпиады школьников в 2020-2021 учебном году

Предмет	математика	**Класс**	10
ФИО	Янковай Иван Павлович		
Дата рождения	15.01.2004		
Место учебы	лицей ПГУ		
Участие в ВсОШ 2019-2020г. (регион. этап)	Участник, призер, победитель, не участвовал (нужное подчеркнуть)		

Региональный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

Шифр 105

10.1 Нам дано 6 палочек разной длины. Назовём эти палочки a, b, c, d, e, f. Пусть a - самая длинная палочка, b чуть короче, c ещё короче… f - самая короткая. Тогда $a>b>c>d>e>f$.

Нам известно, что из этих палочек можно составить два треугольника.

Эти палочки разделим на две группы:

$a \geq b \geq c \geq d \geq e \geq f$

I группа: a, b, c

II группа: d, e, f

Рассмотрим I группу:

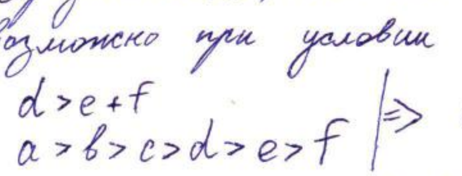
Предположим, что из палочек первой группы нельзя составить треугольник. (Это сделать нельзя, когда одна сторона больше суммы двух других). Тогда $a > b+c$. Известно, что a - самая большая палочка, а b и c - другие большие палочки, то $b+c$ - самая большая сумма двух палочек из b, c, d, e, f. $\Rightarrow$ нельзя составить никакой треугольник с палочкой a. Это противоречит условию $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ из a, b, c составить треугольник можно (причём всегда)

Рассмотрим II группу:

Предположим, что составить треугольник из d, e, f - нельзя. Это возможно при условии если $d > e+f$.

$$\left.\begin{array}{l} d>e+f \\ a>b>c>d>e>f \end{array}\right| \Rightarrow a>b>c>d>e+f$$



Составить других треугольников в таком случае, со сторонами e и f также нельзя. Это не противоречит условию, что треугольники составлены были, т.к e и f могли находится в разных треугольниках, и тогда другие длинные стороны могли компенсировать их короткость (показано на рис)

должно удовлетворяться условие $d < e+f$

Вывод: составить треугольник из палочек первой группы всегда можно, а из второй только при условии, что сумма длин двух самых маленьких палочек больше оставшейся палочки. Если изначально был составлен треугольник с двумя самыми короткими палочками, то это условие удовлетворяется.

Региональный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

Шифр 105

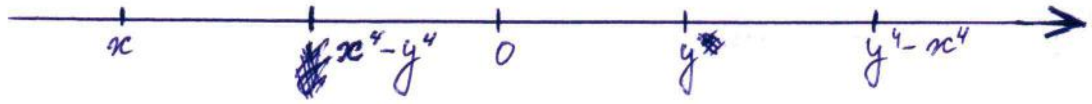
10,2 $\begin{cases} x \neq 0 \\ y \neq 0 \\ x^4 - y^4 > x \\ y^4 - x^4 > y \\ xy < 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ x и y имеют противоположные знаки

систему, где $x > 0$, а $y < 0$ рассматривать не будем, т.к в таком случае только x меняется на y, а y на x. Других изменений не происходит.

$\begin{cases} x < 0 \\ y > 0 \\ x^4 - y^4 > x \Rightarrow \left[\begin{matrix} x < x^4 - y^4 < 0 \\ \text{или} \\ x^4 - y^4 > 0 \Rightarrow x^4 > y^4 \end{matrix}\right. \\ y^4 - x^4 > y \Rightarrow y^4 - x^4 > 0 \Rightarrow y^4 > x^4 \\ (y > 0) \end{cases}$ противоречит $\Downarrow$ $x < x^4 - y^4 < 0$

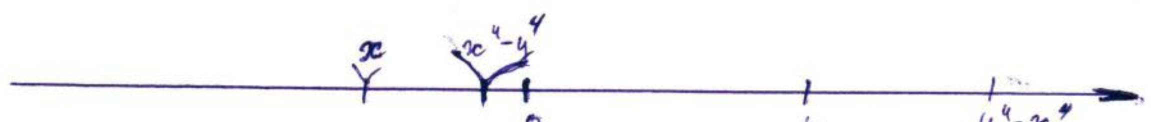
$\begin{cases} x < 0 \\ x < x^4 - y^4 \\ x^4 - y^4 < 0 \Rightarrow y^4 > x^4 \\ y > 0 \\ y^4 - x^4 > y \end{cases}$ $y > x$ ~~[illegible]~~

~~[illegible]~~



~~[illegible]~~

т.к $y^4 - x^4 > 0 \Rightarrow |y| > |x|$



Такого быть не может т.к в данном случае окажется $x^4 - y^4 < x$, а это противоречит условию.

Региональный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

Шифр 105

10.7 Запишем числа в порядке, указанном на рис:

Этот ряд записан задом наперёд (это описка)

1	4	7	10	13	16	19	22	25
28	31	34	37	40	43	46	49	52
55	58	61	64	67	70	73	76	79
2	5	8	11	14	17	20	23	26
53	50	47	44	41	38	35	32	29
56	59	62	65	68	71	74	77	80
3	6	9	12	15	18	21	24	27
54	51	48	45	42	39	36	33	30
57	60	63	66	69	72	75	78	81

Угловые клетки в данном случае 1, 25, 57, 81

Разности:

24 (двадцать) : 6
56
80
32
35

Было выеснено, что на доске должно „быть сплетено три полоски". 1 полоска: 1, 4, 7, ... 79; 2 полоска: 2, 5, 8, 11, 14 ... 80. 3 полоска: 3, 6, 9, 12 ... 81. (Каждая полоска состоит из 27 клеток)

Одна полоска не должна занимать всю крайнюю полосу. т.к в таком случае разность будет равняться 24, а это число делится на шесть.

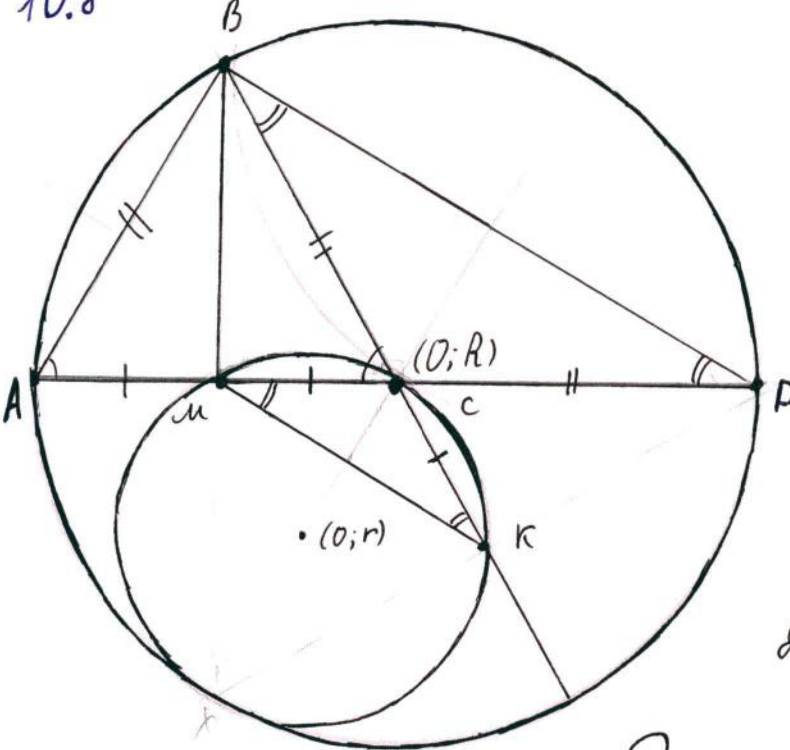
В крайних (угловых) клетках не должны стоять два чёных или два нечётных числа одной полоски.

Т.к. полос только три, то какая-то полоса в любом случае будет занимать две угловые клетки, а это значит, что обязательно найдутся две угловых клетки, разность чисел в которых делится на 6.

Региональный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

Шифр 105

10.8



Дано: $\triangle ABC$ – р/б

BM – мед $\triangle ABC$

$BK \in C$

$AD \in C$

$BC = CD$

$CM = CK$

окр $(O;R)$ – опис. около $\triangle ABD$

окр $(O;r)$ – опис. около $\triangle MCK$

Д-ть: $(O;R)$ касается $(O;r)$

Решение.

$\triangle ABD$ – п/у (тк $AB = BC = CD$) $\Rightarrow AC = CD$; C – центр описаной окружности.

Т. окр. описаную около $\triangle MCK$

$C \in$ окр$(O;r)$; C – центр окр$(O;R)$ $\Rightarrow$ необходимо доказать, что $2r = R$

Т. окр опис вокруг $\triangle BCD$, эта окр = окр$(O;R)$

$\triangle MCK \sim BCD$ (по двум углам) $\Rightarrow \frac{MC}{CD} = \frac{CK}{BC} = \frac{MK}{BD} = \frac{1}{2}$

~~окружности~~

$2r = R$

чтд.

Региональный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике

Шифр 105

9

10.8 Т.к. $n \geq 3 \Rightarrow$ При $n = 3$ фокус гарантированно удастся. В таком случае после того, как фокусник и ~~[illegible]~~ зритель перевернут две карты, останется только одна карточка с неизвестным числом. О значении этого числа будет легко догадаться:

Если открыты карты со значением 1 и 2, то закрытая карта 3

если 2 и 3 $\Rightarrow$ 1

если 1 и 3 $\Rightarrow$ 2

Таким образом фокуснику будет легко указать на карту с числом 1 и с числом 2. Такой фокус не произведет никакого впечатления на зрителя, но этот трюк удаётся в 100 % случаях (если фокусник обладает хоть какими-нибудь умственными способностями).

Ответ: $n = 3$.

10.4